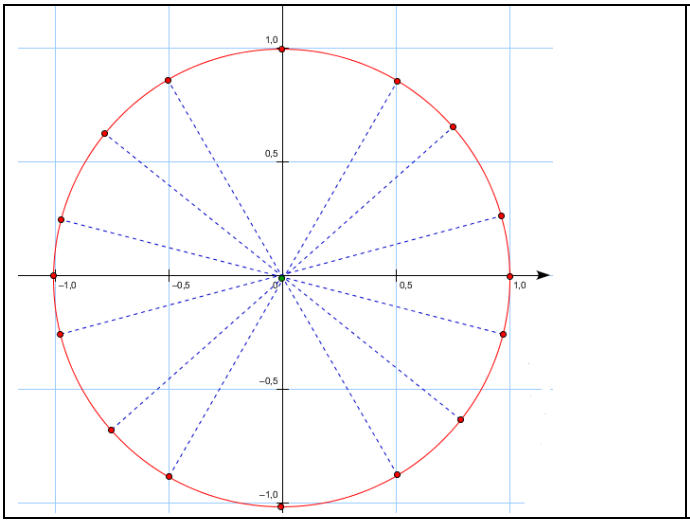
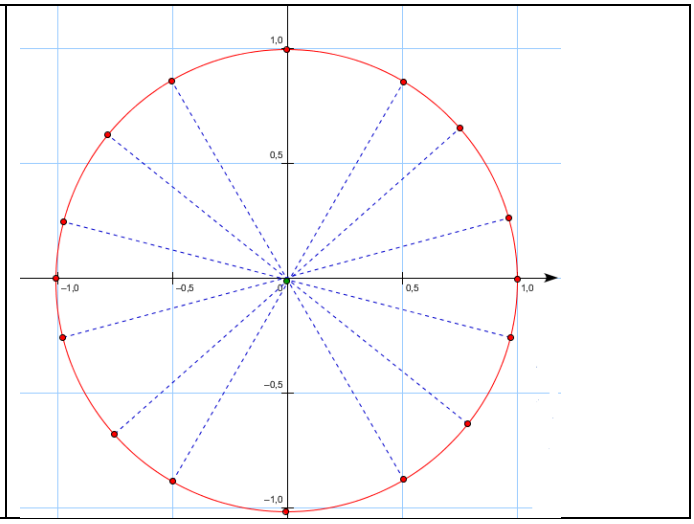
Опорный конспект № 2. Формулы приведения. Формулы суммы





МНЕМОНИЧЕСКОЕ ПРАВИЛО

1 этап. Представим исходный аргумент функции $\pm\frac{\pi}{2}\cdot n \pm \alpha$, где α – угол, $0 \le \alpha \le 90°$ $\pm\frac{\pi}{2}\cdot n$ – угол, кратный $\frac{\pi}{2}$.

2 этап. Для углов $\pm\frac{\pi}{2}\cdot n$, значение которых попадает **на ось абсцисс**, сохраняется название исходной функции. Для углов $\pm\frac{\pi}{2}\cdot n$, значение которых попадает **на ось ординат**, название исходной функции меняется на «кофункцию» (синус на косинус, тангенс на котангенс и т.д).

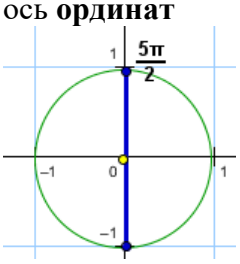
3 этап. Дальше определяется знак, который имеет исходная функция. Функция в правой части записываемой формулы приведения будет иметь такой же знак.

ПРИМЕР

$$\boldsymbol{cos\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right)}$$

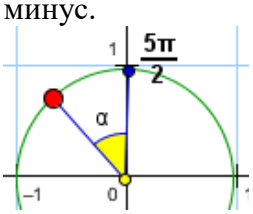
1 этап – выполнен.

2 этап. Значение $\frac{5\pi}{2}$ попадает на ось **ординат**



Значит название исходной функции поменяется на кофункцию, то есть на синус.

3 этап. Угол исходной функции лежит во второй четверти. Исходная функция косинус в этой четверти имеет знак минус.



Ответ:

$$\boldsymbol{cos\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right) = -sin\alpha}$$

ФОРМУЛЫ СУММЫ

$$cos(\beta-\alpha) = cos\alpha\cdot cos\beta + sin\alpha\cdot sin\beta$$
$$cos(\beta+\alpha) = cos\beta\cdot cos\alpha - sin\beta\cdot sin\alpha$$
$$sin(\beta-\alpha) = sin\beta\cdot cos\alpha - cos\beta\cdot sin\alpha$$
$$sin(\beta+\alpha) = sin\beta\cdot cos\alpha + cos\beta\cdot sin\alpha$$
$$tg(\beta\pm\alpha) = \frac{tg\beta \pm tg\alpha}{1\mp tg\beta\cdot tg\alpha}$$

Найдите $78\sqrt{13}\cdot sin\beta$, если $cos\beta = -\frac{3\sqrt{13}}{13}$ и $\alpha \in \left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$

Задание 1.

1) $sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$	**2)** $ctg\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)$	**3)** $cos(5\pi+\alpha)$	**4)** $sin(2\pi-\alpha)$
5) $tg(\alpha-2\pi)$	**6)** $cos\left(-2t-\frac{5\pi}{2}\right)$	**7)** $ctg(-\beta+4\pi)$	**8)** $sin\left(\frac{9\pi}{2}+\delta\right)$
9) $tg^2(7\pi-\mu)$	**10)** $cos(9\pi+\mu)$	**11)** $sin^2\left(\frac{11\pi}{2}+\alpha\right)$	**12)** $cos(270°-\gamma)$
13) $tg(540°+\delta)$	**14)** $ctg(\beta-720°)$	**15)** $cos^2(-90°-\beta)$	**16)** $sin\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)$

1. Упростите выражение $\cos(\frac{11\pi}{2}+\alpha)$	1. Упростите выражение $ctg\ (11\pi+\alpha)$
2. Упростите выражение $ctg\ (10\pi+\alpha)$	2. Упростите выражение $\sin(-5\pi-\alpha)$
3. Упростите выражение $\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)$	3. Упростите выражение $tg\ (\frac{13\pi}{2}+\alpha)$
4. Упростите выражение $tg\ (5\pi+\alpha)$	4. Упростите выражение $\cos(-3\pi-\alpha)$
5. Упростите выражение $\cos(10\pi+\alpha)$	5. Упростите выражение $ctg\ (2\pi+\alpha)$

Решите уравнение: Найдите корень уравнения $x=\frac{4x-27}{x-2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Вычислите:
$\frac{9 \cdot cos77°}{sin13°} + 46$
$\frac{77 \cdot cos21°}{sin69°} - 47$
$\frac{-39}{cos^2 55° - 6 + cos^2 35°}$
$\frac{36 \cdot sin147°}{cos57°} + 12$
$\frac{50 \cdot tg200°}{ctg110°} - 37$
$\frac{22}{cos^2 79° - 2 + cos^2 11°}$
$-55 \cdot tg39° \cdot ctg141°$
$\frac{9 \cdot tg187°}{tg7°} - 30$
$-54 \cdot tg93° \cdot ctg87°$
$\frac{46}{sin^2 39° - 5 + cos^2 39°}$
$-69 \cdot tg9° \cdot ctg171°$
$\frac{21}{sin^2 62° - 3 + sin^2 28°}$

Решите уравнение: Найдите корень уравнения $x = \frac{8x+36}{x+13}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Вычислите

Вычислите $48tg\left(\frac{-9\pi}{2}-\alpha\right)$, если $sin\alpha=-\frac{8}{17}$, и $\alpha\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$	Вычислите $3tg(11\pi+\alpha)$, если $cos\alpha=\frac{3}{5}$, и $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$
Вычислите $24tg\left(\frac{-5\pi}{2}+\alpha\right)$, если $sin\alpha=\frac{3}{5}$, и $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$	Вычислите $25sin(7\pi-\alpha)$, если $cos\alpha=-\frac{3}{5}$, и $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$
Вычислите $25\sqrt{5}tg\left(\frac{-7\pi}{2}+\alpha\right)$, если $sin\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$, и $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$	Вычислите $20ctg\left(\frac{-11\pi}{2}-\alpha\right)$, если $cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, и $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Найдите корень уравнения:

$$\sqrt{38-5x}=\sqrt{21+3x}$$

33 -20 - 80

Формулы приведения в задачах ЕГЭ

1) $\frac{4\cdot sin(480°)\cdot cos(960°)}{\sqrt{3}}$	**2)** $\sqrt{13}\cdot tg(900°)\cdot cos\frac{51\pi}{3}$	**3)** $\frac{18\sqrt{2}}{sin\frac{13\pi}{6}\cdot cos\frac{23\pi}{4}}$
4) $\frac{\sqrt{27}}{tg\frac{29\pi}{3}\cdot ctg\frac{37\pi}{4}}$	**5)** $\frac{35\cdot cos11°}{sin79°}+4$	**6)** $tg42°\cdot ctg222°$
7) $\frac{4\cdot cos(5\pi-\beta)+2\cdot sin\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)}{5\cdot cos(\beta+2\pi)}$	**8)** $\frac{3}{sin^2 22°+2+cos^2 222°}$	**9)** $\frac{sin(t+\pi)+cos\left(\frac{11\pi}{2}-\alpha\right)}{2\cdot sin(\alpha+10\pi)}$
10) $\frac{9\cdot sin10°}{cos80°}-14$	**11)** Найдите $23\cdot cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$, если $cos\alpha=-\frac{\sqrt{21}}{5}$, $\alpha\in(\pi;1{,}5\pi)$	**12)** $\frac{14}{cos\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cdot sin\left(\frac{29\pi}{6}\right)}$
13) Найдите $4\cdot cos(\alpha-7\pi)$, если $sin\alpha=\frac{3\sqrt{11}}{10}$, $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$	**14)** $4tg92°\cdot ctg362°+10$	**15)** $\frac{-3sin^2 17°-3sin^2 287°}{4}$
16) $\frac{35\cdot tg179°}{tg1°}$	**17)** $\frac{-34\cdot sin39°}{sin321°}$	**18)** $\frac{-44}{cos^2 23°+cos^2 113°}$
19) Найдите $\sqrt{40}\cdot sin\left(\alpha+\frac{7\pi}{2}\right)$, если $tg\alpha=-3$, $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$	**20)** $\frac{5tg\left(\frac{5\pi}{2}+\gamma\right)-7ctg(\gamma-\pi)}{4ctg(\gamma+2\pi)}$	**21)** $\frac{-51\cdot sin385°}{sin25°}$

Решите уравнение: Найдите корень уравнения $\frac{7x}{3x^2+26}=1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

33 -20 - 80
Формулы суммы и разности

Задание 1. Преобразуйте выражение

1) $cos\left(\frac{\pi}{4}-\varphi\right)$	**2)** $\sqrt{2}\cdot sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-cos\alpha$
3) $2\cdot cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\sqrt{3}\cdot sin\alpha$	**4)** $\sqrt{3}\cdot cos\alpha-2cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$
5) $cos24°\cdot cos31°-sin24°\cdot sin31°$	**6)** $sin38°\cdot cos12°+cos38°\cdot sin12°$
7) $sin137°\cdot cos52°-cos137°\cdot sin52°$	**8)** $\frac{sin(\alpha+\beta)-cos\alpha\cdot sin\beta}{sin(\alpha-\beta)+cos\alpha\cdot sin\beta}$
9) $cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)+cos\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)-cos\alpha$	**10)** $cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)+cos^2\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)+sin^2\alpha$
11) $\frac{cos(\alpha+\beta)\cdot cos(\alpha-\beta)}{cos\alpha-sin\beta}$	**12)** $\frac{tg\alpha+tg\beta}{tg(\alpha+\beta)}+\frac{tg\alpha-tg\beta}{tg(\alpha-\beta)}$

Задание 2. Вычислите

1) $sin21°\cdot cos9°+cos21°\cdot sin9°$	**2)** $cos18°\cdot cos63°+sin18°\cdot sin63°$
3) $sin105°$	**4)** $cos15°$
5) $\frac{cos2°\cdot cos28°-sin28°\cdot sin2°}{cos47°\cdot cos2°+sin47°\cdot sin2°}$	**6)** $\frac{sin\frac{2\pi}{5}\cdot sin\frac{3\pi}{5}-cos\frac{2\pi}{5}\cdot cos\frac{3\pi}{5}}{sin\frac{\pi}{8}\cdot sin\frac{7\pi}{8}-cos\frac{\pi}{8}\cdot cos\frac{7\pi}{8}}$
7) $cos34°\cdot cos56°-sin34°\cdot sin124°$	**8)** $sin153°\cdot cos63°+cos27°\cdot sin117°$
9) Зная, что $cos\alpha=\frac{3}{5}$, $cos\beta=\frac{7}{25}$, $\alpha,\beta\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ найдите $tg(\alpha+\beta)$	**10)** Зная $sin\alpha=-\frac{1}{4}$, а $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$, $cos\beta=\frac{1}{4}$, $\frac{3\pi}{2}<\beta<2\pi$, найдите $cos(\alpha-\beta)$
11) Зная, что $ctg\alpha=3$ и $ctg\beta=2$, найдите $ctg(\alpha+\beta)$	**12)** $\frac{tg248°-tg188°}{1+tg248°\cdot tg188°}$

Решите уравнение: Найдите корень уравнения $\sqrt{9-8x}=-x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Прикладного содержания.**ЗАДАЧА НА ГУДОК ТЕПЛОВОЗА**

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}$, где с–скорость звука в воздухе (м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближается к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы (считайте что $c = 315$ м/с). Ответ выразите в м/с.	

Решение:

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 295$Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}$, где с–скорость звука в воздухе (м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближается к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы (считайте что $c = 300$ м/с). Ответ выразите в м/с.

Решение

Решите уравнение: Найдите корень уравнения $\sqrt{72+x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Задание 1. Вычислите

$\frac{82 \cdot tg41°}{ctg49°} - 32$	$\frac{41}{sin^2 23° + 9 + sin^2 67°}$	$\frac{66 \cdot tg102°}{ctg12°} + 49$
$-28 \cdot tg91° \cdot ctg89°$	$\frac{-3}{sin^2 83° + 9 + sin^2 7°}$	$\frac{55 \cdot cos16°}{sin74°} - 14$
$\frac{13 \cdot cos171°}{sin99°} + 10$	$\frac{-37}{sin^2 34° - 2 + cos^2 56°}$	$95 \cdot tg171° \cdot ctg9°$
$\frac{41 \cdot cos78°}{sin192°} + 34$	$\frac{-44}{-sin^2 214° - 3 - cos^2 56°}$	$95 \cdot tg101° \cdot ctg79°$
Вычислите $15cos(5\pi - \alpha)$, если $sin\alpha = -\frac{4}{5}$, и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	$85\sqrt{17}cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $cos\alpha = \frac{4\sqrt{17}}{17}$, и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	$2ctg(11\pi - \alpha)$, если $sin\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$, и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

33 -20 - 80
Задачи прикладного содержания

Задача 1. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 245$Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}$, где с–скорость звука в воздухе (м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближается к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы (считайте что $c = 300$ м/с). Ответ выразите в м/с.

Задача 2. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 62$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 14$ км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $s = v_0 t + \frac{a \cdot t^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 32,75 км от города. Ответ дайте в минутах.

Задача 3. Найдите корни уравнения:

1) $-2\frac{8}{9}x = 4\frac{1}{3}$;

2) $\sqrt{\frac{75}{5x-3}} = \frac{5}{7}$;

3) $\sqrt{\frac{8}{2x+14}} = \frac{2}{11}$;

4) $\sqrt{44-20x} = x$;

5) $\sqrt{6-5x} = -x$;

6) $\frac{1}{2x-3} = \frac{1}{8}$;

7) $\frac{1}{5x-14} = \frac{1}{4x-3}$;

8) $\sqrt{-x} = x + 6$;

9) $(2x-11)^2 = (2x-1)^2$;

10) $\sqrt{11-5x} = 1 - x$